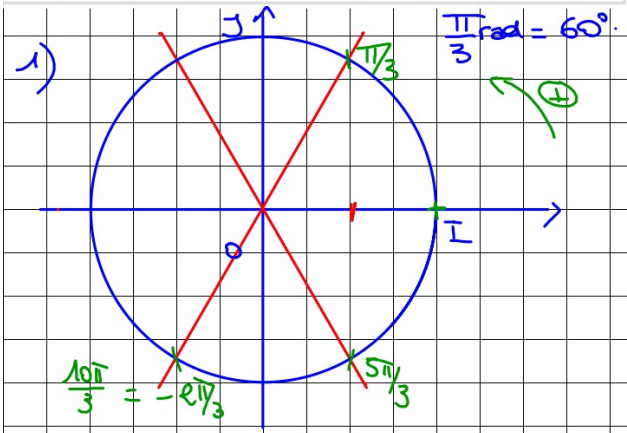
37 Dans chaque cas, tracer le cercle $\mathscr{C}$ et placer les points associés aux réels ci-dessous lorsqu'on enroule la droite des réels autour du cercle $\mathscr{C}$.

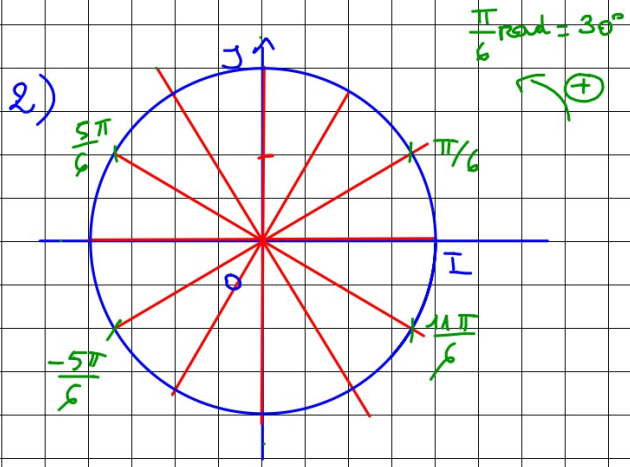
1. $\frac{\pi}{3}$; $-\frac{2\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{3}$; $\frac{10\pi}{3}$ **2.** $\frac{\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{6}$; $\frac{11\pi}{6}$

3. $\frac{\pi}{4}$; $-\frac{3\pi}{4}$; $\frac{11\pi}{4}$ **4.** $\frac{\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$; $\frac{12\pi}{2}$; $-\frac{10\pi}{2}$

1)



2)

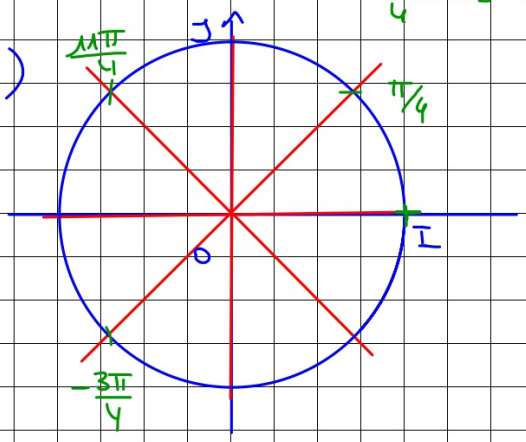


3. $\frac{\pi}{4}$; $-\frac{3\pi}{4}$; $\frac{11\pi}{4}$

4. $\frac{\pi}{2}$; $-\frac{3\pi}{2}$; $\frac{12\pi}{2}$; $-\frac{10\pi}{2}$

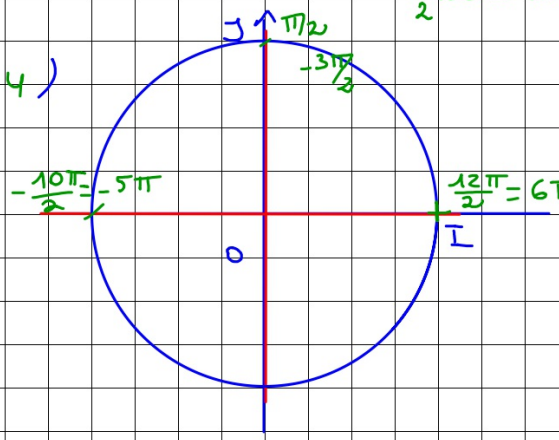
$\frac{\pi}{4}$ rad = 45°.

3)



$\frac{\pi}{2}$ rad = 90°.

4)



40 Dans chaque cas, dire si les réels sont associés au même point du cercle trigonométrique.

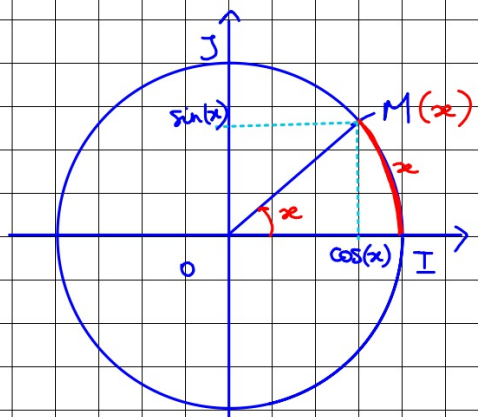
1. $a = \pi$ et $b = -\pi$
2. $a = \frac{\pi}{2}$ et $b = -\frac{\pi}{2}$
3. $a = \frac{\pi}{3}$ et $b = -\frac{5\pi}{3}$
4. $a = \frac{\pi}{4}$ et $b = \frac{15\pi}{4}$
5. $a = \frac{\pi}{6}$ et $b = \frac{25\pi}{6}$
6. $a = \pi$ et $b = 1515\pi$
7. $a = 0$ et $b = -64\pi$
8. $a = -\frac{\pi}{2}$ et $b = \frac{1789\pi}{2}$

Pté : a et b sont associés au même pt du cercle ssi $a - b = 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

1) $a - b = 2\pi$ oui
2) $a - b = \pi$ non.
3) $a - b = \frac{6\pi}{3} = 2\pi$ oui
4) $a - b = -\frac{14\pi}{4} = -\frac{7\pi}{2}$ non.
5) $a - b = -\frac{24\pi}{6} = -4\pi$ oui
6) $a - b = -1514\pi$ oui
7) $a - b = 64\pi$ oui
8) $a - b = -\frac{1790\pi}{2} = -895\pi$ non.

Cours : Ch 3 (suite).

IV Cosinus et Sinus d'un nb réel.



S+ H le proj orth de M sur (OI)
— K — (OJ).

HOM rgle en H.

D'après les formules de trigo.

$\cos(\widehat{HOM}) = \frac{ad}{hyp} = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{1} = OH$

$\widehat{IOM} = x$

$\sin(\widehat{HOM}) = \frac{opp}{hyp} = \frac{MH}{OM} = \frac{MH}{1} = MH.$

$= \widehat{IOM}$ $= OK$

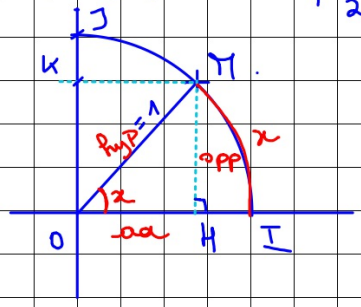
d'où. $\cos(x) = OH$ et $\sin(x) = OK$.

$= x_M$ $= y_M$.

Déf : Soit x un réel.
Soit M l'image de x sur le cercle trigonométrique.
. On définit le nombre $\cos(x)$ comme l'abscisse du pt M.
. On définit le nombre $\sin(x)$ comme l'ordonnée du pt M.
Ainsi le pt M a pour coord $(\cos(x) ; \sin(x))$.

Lien avec cosinus et sinus vus au collège.

On considère x dans $]0 ; \frac{\pi}{2}[$.



Formules à connaître :

	I				J	I'
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Ptés : Si x un réel et k un entier rel.

* $-1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$
  $-1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$

* $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

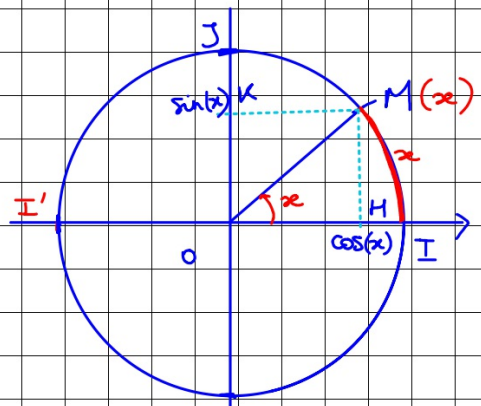
(dém) Thm de Pyth ds $\widehat{HOM}$ rect en H.

$OH^2 + HM^2 = OM^2$

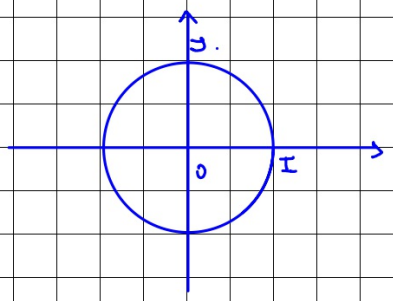
$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1^2 = 1$.

* $\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$
  $\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$.

(dém) x et $x + 2k\pi$ ont la même pt image



dc les mêmes coordonnées.



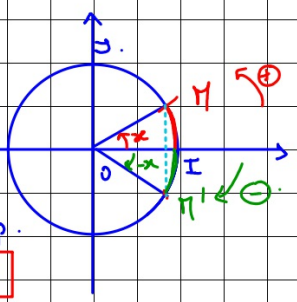
$M(x)$ $M'(-x)$

* M et M' ont les mêmes abs

$\cos(-x) = \cos(x)$

M et M' ont leur ord opp.

$\sin(-x) = -\sin(x)$



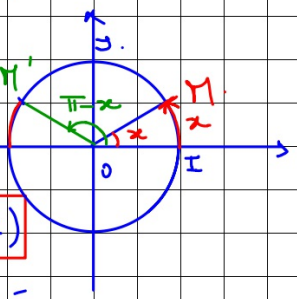
* $M(x)$ $M'(\pi - x)$

M et M' ont des abs opp.

$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$

M et M' ont la même ordonnée

$\sin(\pi - x) = \sin x$.



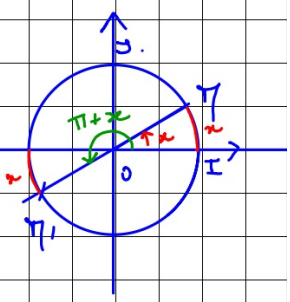
* $M(x)$ $M'(\pi + x)$

M et M' ont des abs opp

$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$

M et M' ont des ord opp

$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$.



Applications :

① Déterminer les valeurs exactes de.

a) $\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \pi\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$.

c) $\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

d) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 7\pi\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \pi - 6\pi\right)$

$= \sin\left(\frac{\pi}{3} - \pi\right) = \sin\left(-\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)\right)$

$= -\sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3}$

$= -\sqrt{3}/2$

e) $\cos\left(5\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(4\pi + \pi - \frac{\pi}{6}\right)$

$= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

② Valeurs exactes des nb suivants.

a) $\sin\left(\frac{8\pi}{3}\right) = \sin\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$= \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi\right)$

$= \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$= \sin\left(\pi - \pi/6\right)$

$= \sin \pi/6 = \frac{1}{2}$.

---

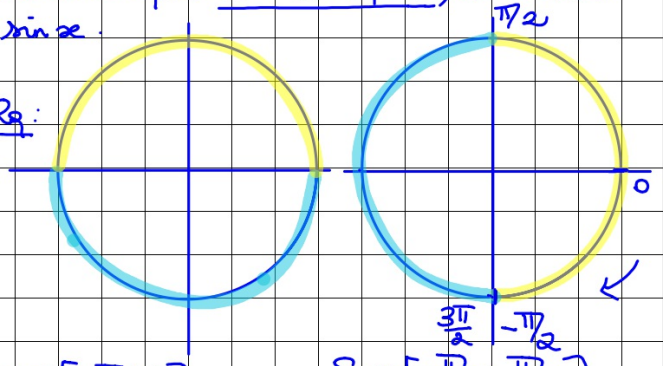
or $x \in [-\pi ; 0]$ donc $\sin(x) \leq 0$

ainsi $\sin(x) = -\frac{5}{13}$.

③ Si x un réel tq $\cos(x) = -\frac{12}{13}$

Sachant que $x \in [-\pi ; 0]$, déterminer $\sin x$.

Rq :



$x \in [-\pi ; 0]$
$\sin x \leq 0$

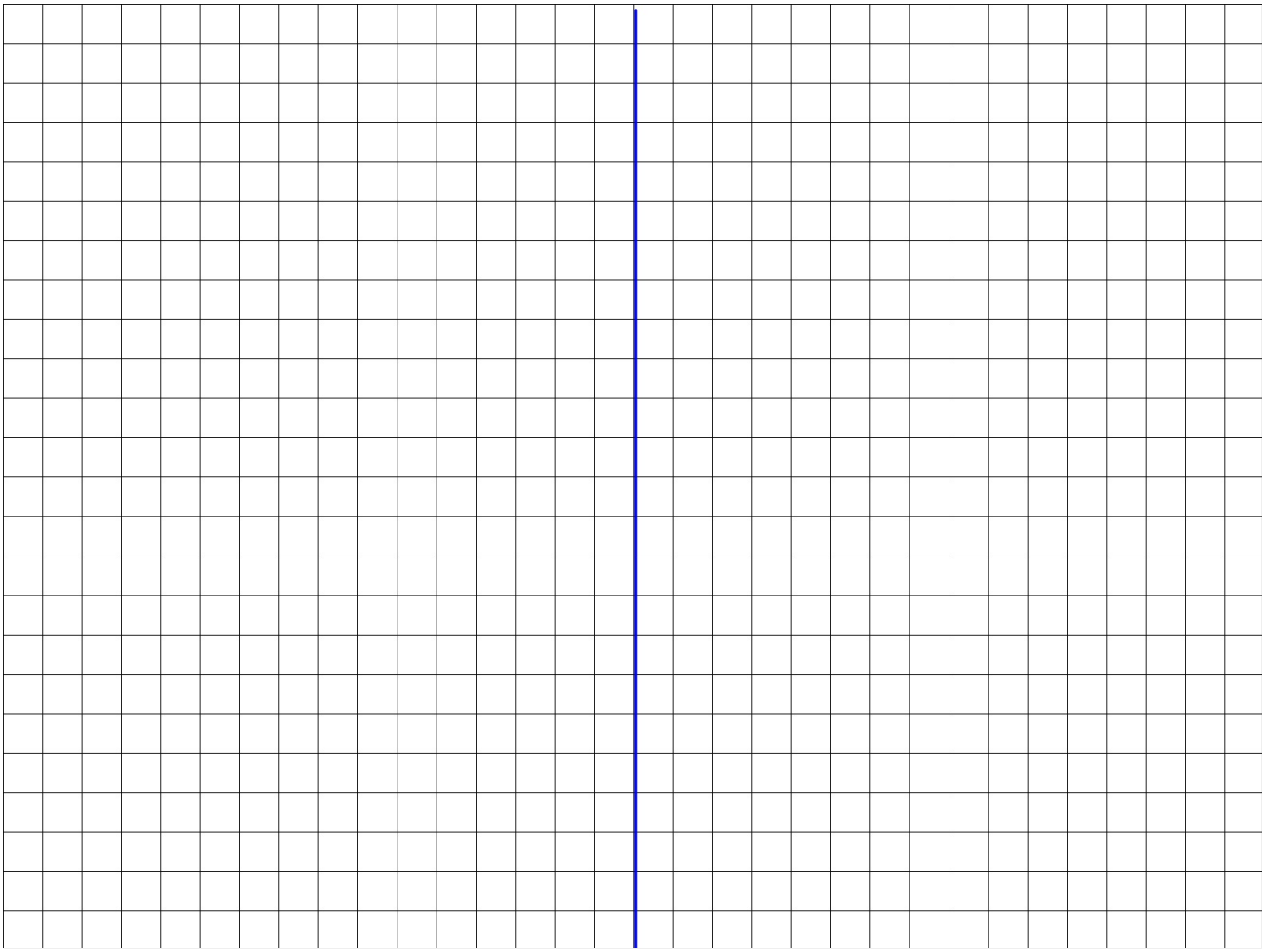
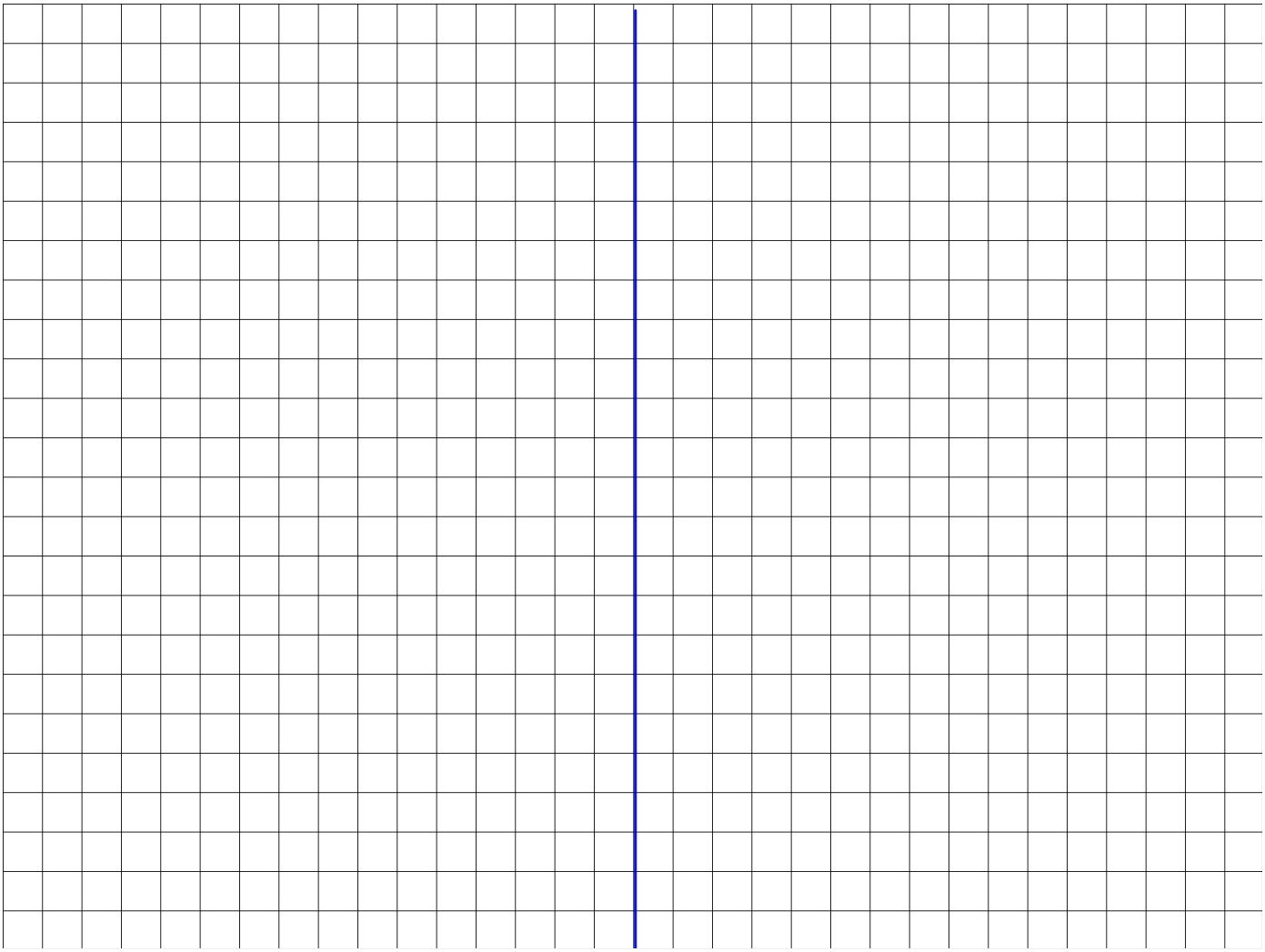
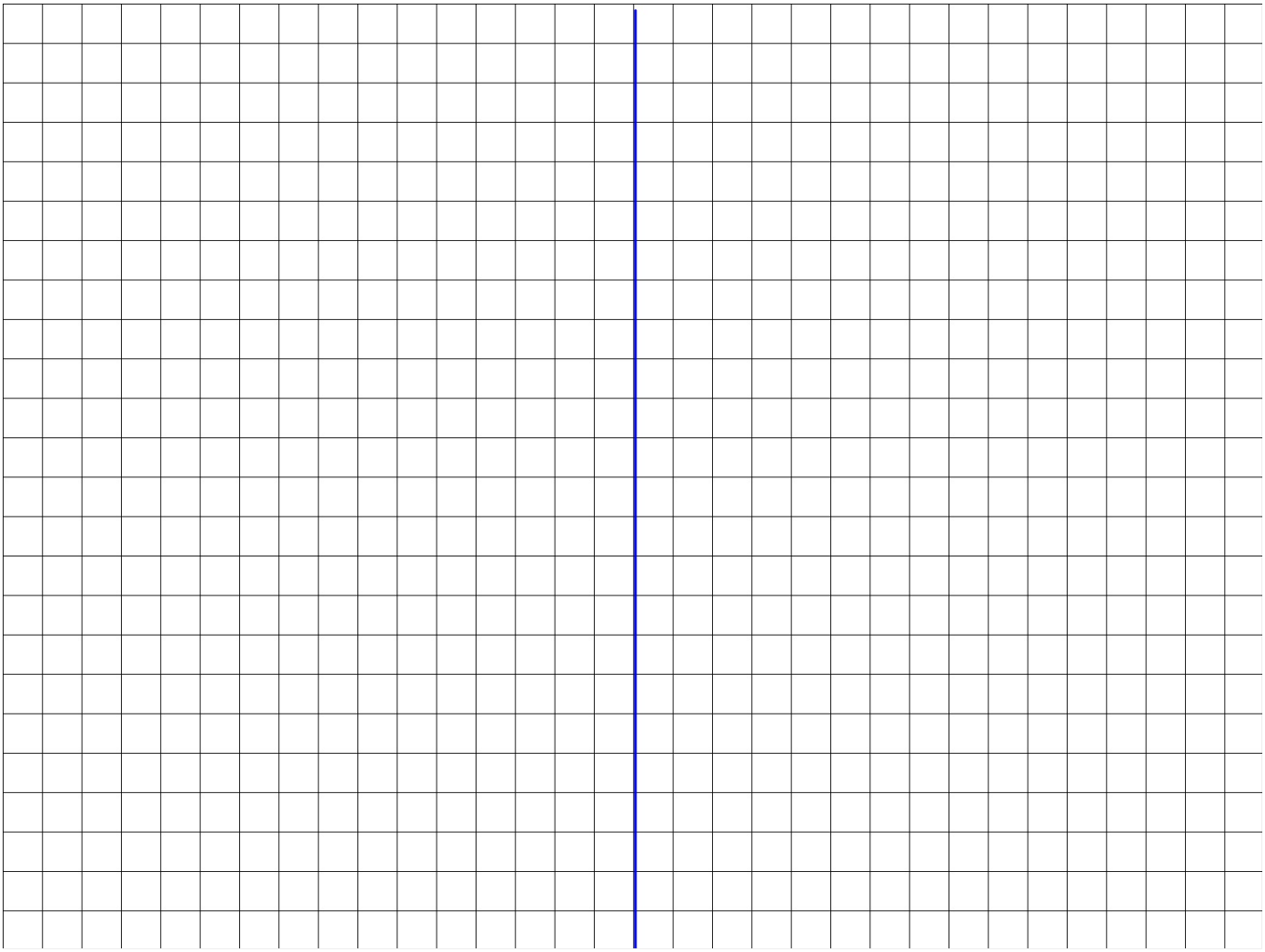
Sur $[-\pi/2 ; \pi/2]$,
$\cos x \geq 0$.

$x \in [0 ; \pi]$
$\sin x \geq 0$

Sur $[\pi/2 ; 3\pi/2]$
$\cos x \leq 0$.

$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

$\left(-\frac{12}{13}\right)^2 + \sin^2(x) = 1$

$\sin^2(x) = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$

donc $\sin(x) = \pm\sqrt{\frac{25}{169}} = \pm\frac{5}{13}$